Lokakeppni TÖL607G 2019

Atli Fannar Franklín & Bergur Snorrason

21. september 2019

Græjendur

- Atli Fannar Franklín (dæmasmiður).

Græjendur

- Atli Fannar Franklín (dæmasmiður).
- Bergur Snorrason (dæmasmiður).

Græjendur

- Atli Fannar Franklín (dæmasmiður).
- Bergur Snorrason (dæmasmiður).
- Bjarki Ágúst Guðmundsson (prófari).

Græjendur

- Atli Fannar Franklín (dæmasmiður).
- Bergur Snorrason (dæmasmiður).
- Bjarki Ágúst Guðmundsson (prófari).
- Bernhard Linn (prófari).

Græjendur

- Atli Fannar Franklín (dæmasmiður).
- Bergur Snorrason (dæmasmiður).
- Bjarki Ágúst Guðmundsson (prófari).
- Bernhard Linn (prófari).
- Steinn Guðmundsson (Umsjón).

Lög

Dæmi

Þér eru gefnir ýmsir tónlistarmenn og lög þeirra. Finndu hvaða lög hafa jafn marga stafi og höfundar þess.

Lög

Lausn

Fyrir hvern inntaksstreng þarf að ítra í gegnum hann og telja hversu margir bókstafir eru í honum. Einnig þarf að passa að prenta svarið nákvæmlega eins og beðið er um.

Lög

Lausn

Fyrir hvern inntaksstreng þarf að ítra í gegnum hann og telja hversu margir bókstafir eru í honum. Einnig þarf að passa að prenta svarið nákvæmlega eins og beðið er um.

Gryfja

Ekki dugar að nota `len` eða `.size` því það telur bilin með.
Það er beðið um að prenta niðurstöðuna í stafrófsröð.

Tölfræði

Fyrsta lausn: Coffeeboys $(00:30)$.
Fjöldi lausna (tilraunir) : 6 (11).

Sunnlenska

Dæmi

Þið eruð beðin um að þýða texta yfir á sunnlensku.

Sunnlenska

Lausn

Eftir að hafa sig í gegnum dæmalýsinguna þarf bara að gera nákvæmlega það sem stendur í henni.

Sunnlenska

Lausn

Eftir að hafa sig í gegnum dæmalýsinguna þarf bara að gera nákvæmlega það sem stendur í henni.

Gryfja

Passa þarf að skipta orðum út fyrst.
Orð sem skipta skal út geta verið hlutur af lengra orði.

Sunnlenska

Lausn

Eftir að hafa sig í gegnum dæmalýsinguna þarf bara að gera nákvæmlega það sem stendur í henni.

Gryfja

Passa þarf að skipta orðum út fyrst.
Orð sem skipta skal út geta verið hlutur af lengra orði.

Tölfræði

Fyrsta lausn: Coffeeboys $(00:13)$ Fjöldi lausna (tilraunir) : 7 (18).

Reiknirit

Dæmi

Þið eruð beðin um að herma gefið forrit.

Reiknirit

Lausn

Þar sem það er of hægt að herma forritið þarf að gera betur. Byrjum á að telja hvað eru mörg eintök af hverri tölu, t.d. með `map` í C++ eða `dict` í python. Búum svo til lista með fjölda eintaka hverrar tölu (setjum bara fjölda eintaka í listann) og röðum honum. Þá segir listinn okkur hvað við munum fjarlægja mörg í hverju skrefi. Geymum summu listans í byrjun og byrjum að legga saman. Fyrst alla summuna, drögum aftasta stak lista okkar frá listasummunni og hendum því. Endurtökum þar til listinn okkar er tómur og höfum þá rétta summu í höndunum.

Reiknirit

Lausn

Þar sem það er of hægt að herma forritið þarf að gera betur. Byrjum á að telja hvað eru mörg eintök af hverri tölu, t.d. með `map` í C++ eða `dict` í python. Búum svo til lista með fjölda eintaka hverrar tölu (setjum bara fjölda eintaka í listann) og röðum honum. Þá segir listinn okkur hvað við munum fjarlægja mörg í hverju skrefi. Geymum summu listans í byrjun og byrjum að legga saman. Fyrst alla summuna, drögum aftasta stak lista okkar frá listasummunni og hendum því. Endurtökum þar til listinn okkar er tómur og höfum þá rétta summu í höndunum.

Tölfræði

Fyrsta lausn: Er fössari? $(01:07)$. Fjöldi lausna (tilraunir) : 3 (24).

Fundir

Dæmi

Þið eruð beðin um að halda utan um fundarbókanir HÍ.

Fundir

Lausn

Til að skilja milli fundarbókana mismunandi einstaklinga getum við notað `map` í C++ eða `dict` í python. Síðan fyrir hvern einstakling þurfum við að geta að geta svarað fyrirspurn í $\mathcal{O}(\log(n))$ tíma. Til þess notum við `set` í C++ (ekkert hliðstætt til í python). Við geymum þá alla pantaða fundi sem par (a, b) í menginu þar sem a er upphafstími og b lokatími. Þá til að ákvarða hvort tími sé laus getum við leitað að næsta staki stærra en inntakið og næsta stak minna en inntakið með `upper_bound` og `lower_bound`.

Fundir

Lausn

Til að skilja milli fundarbókana mismunandi einstaklinga getum við notað `map` í C++ eða `dict` í python. Síðan fyrir hvern einstakling þurfum við að geta að geta svarað fyrirspurn í $\mathcal{O}(\log(n))$ tíma. Til þess notum við `set` í C++ (ekkert hliðstætt til í python). Við geymum þá alla pantaða fundi sem par (a, b) í menginu þar sem a er upphafstími og b lokatími. Þá til að ákvarða hvort tími sé laus getum við leitað að næsta staki stærra en inntakið og næsta stak minna en inntakið með `upper_bound` og `lower_bound`.

Tölfræði

Fyrsta lausn: ?? (?? :??).
Fjöldi lausna (tilraunir) : ? (?).

Dæmi

Þið eruð beðin um að finna fjölda frumþátta $n!$ (talið með margfeldni).

Vittu betur

Lausn

Mikilvægt er að benda á að $n! = n(n-1)(n-2)\cdot\dots\cdot 2\cdot 1$. Því ef við táknum fjölda frumþátta n með $\rho(n)$ þá er $\rho(n!) = \rho(n) + \rho(n-1) + \dots + \rho(2) + \rho(1)$ þar sem $\rho(1) = 0$. Þar sem n er mest 10^6 getum við forreiknað gildi ρ upp í 10^6 og svo reiknað hlutsummur ρ upp í 10^6 og svo bara flett upp svarinu fyrir hvert inntak. Við þurfum þá fyrst að deili fyrir allar tölur upp í 10^6, töluna sjálfa fyrir frumtölu. Þetta má gera með sáldri Eratosthenesar. Við getum þá sett $\rho(1) = 0$ og reiknum ρ upp á við. Ef d deilir n getum við bara látið $\rho(n) = \rho(n/d) + \rho(d)$. Loks er þá bara að reikna hlutsummurununa og svo svara inntökunum.

Vittu betur

Lausn

Mikilvægt er að benda á að $n! = n(n-1)(n-2)\cdot\dots\cdot 2\cdot 1$. Því ef við táknum fjölda frumþátta n með $\rho(n)$ þá er $\rho(n!) = \rho(n) + \rho(n-1) + \dots + \rho(2) + \rho(1)$ þar sem $\rho(1) = 0$. Þar sem n er mest 10^6 getum við forreiknað gildi ρ upp í 10^6 og svo reiknað hlutsummur ρ upp í 10^6 og svo bara flett upp svarinu fyrir hvert inntak. Við þurfum þá fyrst að deili fyrir allar tölur upp í 10^6, töluna sjálfa fyrir frumtölu. Þetta má gera með sáldri Eratosthenesar. Við getum þá sett $\rho(1) = 0$ og reiknum ρ upp á við. Ef d deilir n getum við bara látið $\rho(n) = \rho(n/d) + \rho(d)$. Loks er þá bara að reikna hlutsummurununa og svo svara inntökunum.

Tölfræði

Fyrsta lausn: ?? (?? :??) Fjöldi lausna (tilraunir) : ? (?).

Kaffi

Dæmi

Þið eruð beðin um að stafla stólum sem snyrtilegast.

Kaffi

Lausn

Röð staflanna skiptir ekki máli. Einnig verða allir stólar í sama stafla vera í sama lit svo spurningin er bara hvernig er best að skipta upp stöflunum þannig að hæsti staflinn sé sem minnstur en við fáum samt ekki fleiri en w stafla. Segjum að við festum hámarkshæð stafla sem H. Fjöldi stafla sem þarf til að koma öllum stólum vex eftir því sem H minnkar, táknum fjölda stafla sem þarf fyrir hæð H með $f(H)$. Við viljum þá finna minnsta H þ.a. $f(H) <= w$. Þar sem f er einhalla er hægt að finna þetta með helmingunarleit yfir bilið $[1, 10^9]$.

Kaffi

Lausn

Röð staflanna skiptir ekki máli. Einnig verða allir stólar í sama stafla vera í sama lit svo spurningin er bara hvernig er best að skipta upp stöflunum þannig að hæsti staflinn sé sem minnstur en við fáum samt ekki fleiri en w stafla. Segjum að við festum hámarkshæð stafla sem H. Fjöldi stafla sem þarf til að koma öllum stólum vex eftir því sem H minnkar, táknum fjölda stafla sem þarf fyrir hæð H með $f(H)$. Við viljum þá finna minnsta H þ.a. $f(H) <= w$. Þar sem f er einhalla er hægt að finna þetta með helmingunarleit yfir bilið $[1, 10^9]$.

Tölfræði

Fyrsta lausn: ?? ($??$:$??$).
Fjöldi lausna (tilraunir) : ? (?).

Hola Íslenskra Fræða

Dæmi

Þið eruð beðin um að reikna út fjölda uppsetninga á holugraftarvandamáli.

Hola Íslenskra Fræða

Lausn

Setjum upp smá táknmál. Táknum holurnar með $1, \ldots, n$, mengið oft táknað $[n]$. Við setjum pumpur á eitthverjar holur, s.s. við veljum hlutmengi $T \subseteq [n]$. Loks endurröðum við starfsmönnunum, táknum þá umröðun með $\pi : [n] \to [n]$. Skilyrðið má þá endurrita sem $T \cap \pi(T) = \varnothing$.

Hola Íslenskra Fræða

Lausn

Setjum upp smá táknmál. Táknum holurnar með $1, \ldots, n$, mengið oft táknað $[n]$. Við setjum pumpur á eitthverjar holur, s.s. við veljum hlutmengi $T \subseteq [n]$. Loks endurröðum við starfsmönnunum, táknum þá umröðun með $\pi : [n] \to [n]$.
Skilyrðið má þá endurrita sem $T \cap \pi(T) = \varnothing$.
Ef $|T| = k$ getum við valið pumpurnar á $\binom{n}{k}$ vegu, valið staði fyrir starfsmenn sem voru á pumpum á $(n-k)(n-k-1)\ldots(n-2k+1)$ vegu og velja staði fyrir hina loks á $(n-k)!$ vegu. Saman gefur þetta

$$a_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{(n-k)!}{(n-2k)!}(n-k)!\frac{n!}{(n-k)!k!} = \sum_{k=0}^{n} n!\binom{n-k}{k} = n! f_{n+1}$$

Síðasta jafnaðarmerkið er þekkt jafna en er þannig séð óþarfi til að leysa dæmið.
Síðan þarf bara að forrita þessa jöfnu!

Hola Íslenskra Fræða

Lausn

Setjum upp smá táknmál. Táknum holurnar með $1, \ldots, n$, mengið oft táknað $[n]$. Við setjum pumpur á eitthverjar holur, s.s. við veljum hlutmengi $T \subseteq [n]$. Loks endurröðum við starfsmönnunum, táknum þá umröðun með $\pi : [n] \to [n]$.
Skilyrðið má þá endurrita sem $T \cap \pi(T) = \varnothing$.
Ef $|T| = k$ getum við valið pumpurnar á $\binom{n}{k}$ vegu, valið staði fyrir starfsmenn sem voru á pumpum á $(n-k)(n-k-1)\ldots(n-2k+1)$ vegu og velja staði fyrir hina loks á $(n-k)!$ vegu. Saman gefur þetta

$$a_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{(n-k)!}{(n-2k)!}(n-k)!\frac{n!}{(n-k)!k!} = \sum_{k=0}^{n} n!\binom{n-k}{k} = n!f_{n+1}$$

Síðasta jafnaðarmerkið er þekkt jafna en er þannig séð óþarfi til að leysa dæmið. Síðan þarf bara að forrita þessa jöfnu!

Tölfræði

Fyrsta lausn: ?? (?? :??).
Fjöldi lausna (tilraunir) : ? (?).

Dulmál

Dæmi

Þið eruð beðin um að reikna hvort veldi af k taki öll gildi frá 1 til n þegar veldin eru skoðuð modulo $n + 1$.

Dulmál

Lausn

Skoðum fyrst hvað gerist ef $n+1$ er ekki frumtala. Þá er til $d > 1$ sem deilir $n+1$. Þá til að veldi af k geti gefið af sér d þarf d að deila k. En þá getur k ekki gefið af sér tölur ósamþátta d. Því verður $n+1$ að vera frumtala til að fá gilda leynitölu. Gerum því ráð fyrir að $n+1$ sé frumtala. Þá gefur litla setning Fermats að $k^n \equiv 1$. Því höfum við bara n veldi til umráða, svo við höfum ekki efni á endurtekningum. Ef $k^a \equiv k^b$ þá er $k^{a-b} \equiv 1$ svo við þurfum bara vera viss um að $k^a \not\equiv 1$ fyrir $0 < a < n$. Það er of hægt að gá fyrir öll a. Látum b vera minnsta talan þ.a. $b > 0$ og $k^b \equiv 1$. Þá er $n = db + r$ þar sem $b > r$ og fæst þá $k^{db} \equiv k^n \equiv 1$ svo $k^r \equiv 1$ sem er mótsögn ef $r \neq 0$ svo $r = 0$. Því deilir b töluna n svo við gáum hvort $k^a \not\equiv 1$ bara fyrir frumþætti n.

Dulmál

Lausn

Skoðum fyrst hvað gerist ef $n+1$ er ekki frumtala. Þá er til $d > 1$ sem deilir $n+1$. Þá til að veldi af k geti gefið af sér d þarf d að deila k. En þá getur k ekki gefið af sér tölur ósamþátta d. Því verður $n+1$ að vera frumtala til að fá gilda leynitölu. Gerum því ráð fyrir að $n+1$ sé frumtala. Þá gefur litla setning Fermats að $k^n \equiv 1$. Því höfum við bara n veldi til umráða, svo við höfum ekki efni á endurtekningum. Ef $k^a \equiv k^b$ þá er $k^{a-b} \equiv 1$ svo við þurfum bara vera viss um að $k^a \not\equiv 1$ fyrir $0 < a < n$. Það er of hægt að gá fyrir öll a. Látum b vera minnsta talan þ.a. $b > 0$ og $k^b \equiv 1$. Þá er $n = db + r$ þar sem $b > r$ og fæst þá $k^{db} \equiv k^n \equiv 1$ svo $k^r \equiv 1$ sem er mótsögn ef $r \neq 0$ svo $r = 0$. Því deilir b töluna n svo við gáum hvort $k^a \not\equiv 1$ bara fyrir frumþætti n.

Tölfræði

Fyrsta lausn: ?? (?? :??).
Fjöldi lausna (tilraunir) : ? (?).

Völundarhús

Dæmi

Þið eruð beðin um að reikna hversu lengi vélmenni er að rata í mark.

Völundarhús

Lausn

Tökum fyrst eftir að inntakið lýsi vigtuðu neti sem er auk þess órásað og tengt, þ.e. tré. Hreyfing vélmennisins er einnig bara slembin dýptarleit. Ef við förum út í hluttré sem inniheldur ekki markið munum við skoða það allt, rekja okkur inn alla leggi og aftur út. Svo ef við förum inn í hluttré þar sem markið er ekki mun það taka okkur tíma jafnan tvöfalt þyngd hluttrésins. En hverjar eru líkurnar á að við förum þangað á undan hluttréið með markinu? Helmingur! En hvað með leggina sem eru á leiðinni í markið? Í tré er aðeins ein leið þangað svo til að fara í markið munum við ferðast eftir þeim nákvæmlega einu sinni! Því er meðaltíminn bara þyngd trésins. Þegar við lokum á legg þá annað hvort klippum við burt markið og er þá ekki hægt að komast eða við fjarlægjum hluttré og dregst þá þyngd þess frá meðaltímanum. Því þarf að reikna út þyngd hluttrésins sem leggurinn liggur yfir í fyrir hvern legg, sem gera má endurkvæmt. Einnig þarf að vista hvort leggur sá á leiðinni yfir í markið. Svo fyrir hverja fyrirspurn flettum við bara upp hvort þetta klippi burt markið og ef svo er ekki drögum við þyngdina vistaða fyrir þann legg frá heildarsummunni og prentum út.

Völundarhús

Lausn

Tökum fyrst eftir að inntakið lýsi vigtuðu neti sem er auk þess órásað og tengt, þ.e. tré. Hreyfing vélmennisins er einnig bara slembin dýptarleit. Ef við förum út í hluttré sem inniheldur ekki markið munum við skoða það allt, rekja okkur inn alla leggi og aftur út. Svo ef við förum inn í hluttré þar sem markið er ekki mun það taka okkur tíma jafnan tvöfalt þyngd hluttrésins. En hverjar eru líkurnar á að við förum þangað á undan hluttréið með markinu? Helmingur! En hvað með leggina sem eru á leiðinni í markið? Í tré er aðeins ein leið þangað svo til að fara í markið munum við ferðast eftir þeim nákvæmlega einu sinni! Því er meðaltíminn bara þyngd trésins. Þegar við lokum á legg þá annað hvort klippum við burt markið og er þá ekki hægt að komast eða við fjarlægjum hluttré og dregst þá þyngd þess frá meðaltímanum. Því þarf að reikna út þyngd hluttrésins sem leggurinn liggur yfir í fyrir hvern legg, sem gera má endurkvæmt. Einnig þarf að vista hvort leggur sá á leiðinni yfir í markið. Svo fyrir hverja fyrirspurn flettum við bara upp hvort þetta klippi burt markið og ef svo er ekki drögum við þyngdina vistaða fyrir þann legg frá heildarsummunni og prentum út.

Tölfræði

Fyrsta lausn: ?? (?? :??).
Fjöldi lausna (tilraunir) : ? (?).

Húsahlaup

Dæmi

Ykkur eru gefnir punktar í plani og þið eigið að finna lengstu fjarlægð milli tveggja punkta.

Húsahlaup

Lausn

Þríhyrningsójafna gefur beint að punktarnir fjærstir hvoröðrum þurfa að vera í kúpta hjúpnum. Því byrjum við á að henda öllum punktum burt sem eru ekki í kúpta hjúpnum í $\mathcal{O}(n \log(n))$ tíma með t.d. Graham Scan. Festum einhvern punkt P á hjúpnum. Ef við lítum á fjarlægð hans í hina punktana sem fall þá er það íhvolft fall því þegar við göngum hringinn fjarlægjumst við hann, náum hámarki, og nálgumst hann svo aftur. Því getum við fundið punktinn fjærstan P í $\mathcal{O}(\log(n))$ með þriðjungsleit. Gerum þetta fyrir alla punkta P á hjúpnum í $\mathcal{O}(n \log(n))$ tíma og fáum svarið okkar.

Húsahlaup

Lausn

Þríhyrningsójafna gefur beint að punktarnir fjærstir hvoröðrum þurfa að vera í kúpta hjúpnum. Því byrjum við á að henda öllum punktum burt sem eru ekki í kúpta hjúpnum í $\mathcal{O}(n \log(n))$ tíma með t.d. Graham Scan. Festum einhvern punkt P á hjúpnum. Ef við lítum á fjarlægð hans í hina punktana sem fall þá er það íhvolft fall því þegar við göngum hringinn fjarlægjumst við hann, náum hámarki, og nálgumst hann svo aftur. Því getum við fundið punktinn fjærstan P í $\mathcal{O}(\log(n))$ með þriðjungsleit. Gerum þetta fyrir alla punkta P á hjúpnum í $\mathcal{O}(n \log(n))$ tíma og fáum svarið okkar.

Tölfræði

Fyrsta lausn: ?? (?? :??).
Fjöldi lausna (tilraunir) : ? (?).